TP Effet Brossel

1. Introduction

Prenons un système quantique possédant un moment magnétique, et plaçons-le dans un champ magnétique \vec{B}_0 . De façon générale, les niveaux d'énergies du système vont être modifiés par l'interaction momentchamp $\vec{\mu} \cdot \vec{B}_0$ et se séparer en sous-niveaux. La **résonance magnétique** désigne une modification de population de ces sous-niveaux lorsque l'on ajoute un champ magnétique variable $\vec{B}_1(t)$ dans une autre direction que \vec{B}_0 , d'autant plus forte que B_1 est proche d'une valeur particulière : la résonance. Si cet effet peut être compris classiquement comme une double précession du moment $\vec{\mu}$, sa description complète est quantique. On peut faire interagir des moments de spin nucléaire (*résonance magnétique nucléaire*, RMN), des moments de spin électroniques (*résonance de spin électronique*, RSE)... C'est une physique riche, et elle sert à sonder la matière précisément, des matériaux magnétiques à l'imagerie médicale.

L'**effet Brossel** est une résonance magnétique **atomique** faisant intervenir le moment magnétique total d'un électron d'un atome isolé. Il sert donc à sonder la structure atomique.

Après avoir donné quelques éléments de théorie, on observe dans ce travail les pics de résonance d'un système de trois sous-niveaux Zeeman de l'état excité 6s6p $^{3}P_{1}$ du mercure 202. On en déduit le facteur de Landé et la durée de vie de ce niveau $^{3}P_{1}$, tout comme l'avait fait Brossel en 1952.

2. Description de l'expérience et théorie

Notre échantillon de mercure 202^1 est placé dans un champ magnétique $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e_z}$ contrôlable. Son niveau fondamental est le niveau $[-] 6s^2 {}^1S_0$, de moment magnétique nul (J = 0) donc insensible au champ. Au contraire, le premier niveau excité, $[-] 6s 6p {}^3P_1$, possède un moment angulaire J = 1. Le champ magnétique, via le hamiltonien Zeeman $H_Z = \vec{\mu} \cdot \vec{B} = g \mu_B B_0 J_z$, lève alors totalement sa dégénérescence et fait apparaître trois sous-niveaux Zeeman (représentés sur la figure 1)

$$M_{J} \in \{-1, 0, +1\} \quad \text{d'énergies} \quad \begin{array}{l} E_{Z}(^{3}P_{1}, M_{J}) &= E_{0}(^{3}P_{1}) + g \,\mu_{B} B_{0} \,M_{J} \\ &=: E_{0}(^{3}P_{1}) + \hbar \omega_{0} \,M_{J} \end{array} \tag{1}$$

оù

$$g = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$
(2)

est le facteur de Landé, qui vaut ici g = 3/2 pour le niveau ${}^{3}P_{1}$ étudié. La transition² E1 (dipolaire électrique) ${}^{1}S_{0} \longleftrightarrow {}^{3}P_{1}$ à $\lambda = 254 \text{ nm}$ se scinde en trois raies de fréquences et polarisation différentes :

polarisation linéaire π ($\Delta M_J = 0$) parallèle à \vec{B}_0 , et polarisations circulaires σ^{\pm} ($\Delta M_J = \pm 1$) perpendiculaires à \vec{B}_0 .

Le but est d'observer une résonance magnétique entre les trois sous-niveaux.

Pour cela, on cherche à exciter les sousniveaux $M_J = \pm 1$ par pompage optique, sans pomper le sous-niveau $M_J = 0$.

La résonance magnétique peuple alors $M_J = 0$, et on observe le flux de photons π issus de la transition ${}^3P_{1,M_J=0} \rightarrow {}^1S_0$, comme représenté sur la figure 1.



Figure 1. Sous niveaux Zeeman ${}^{3}P_{1,M_{J}}$. Transitions E1 en jeu (flèches verticales) et transitions de résonance magnétique.

^{1.} On utilise un isotope *pair* de l'atome de mercure, qui ne possède pas de spin nucléaire. On ne s'intéresse pas à la RMN ici. 2. C'est une transition entre un état singulet S = 0 et un état triplet S = 1. Normalement interdite, elle peut se produire ici car le couplage LS n'est pas pur, ce qui n'est pas étonnant pour l'atome de mercure.

Le montage est schématisé en figure 2. L'échantillon de mercure, au centre du schéma, est pompé optiquement par une lampe à mercure.

Puisque la lumière atteint l'échantillon avec un vecteur d'onde \vec{k} dans la direction de \vec{B}_0 , sa polarisation est perpendiculaire, c'est à dire σ^{\pm} vu par l'échantillon. Ainsi, seuls les sous-niveaux $M_J = \pm 1$ sont excités, comme voulu.

Le champ variable $B_1(t)$ est produit par un générateur RF de puissance variable (que l'on mesure grâce à un TOS-mètre), et de fréquence fixée $\omega_{\text{RF}}/2\pi = 25 \text{ MHz}$. Pour faire varier le detuning $\Omega = \omega_0 - \omega_{\text{RF}}$ (défini plus bas), c'est donc le champ $B_0 \propto \omega_0$ qu'on va parcourir.

Enfin, les photons π sont sont sélectionnés par un polariseur puis détectés par un photomultiplicateur, donnant un signal I_{π} via la carte d'acquisition.



Figure 2. Schéma du montage.

2.1. Éléments de théorie de l'effet Brossel

Les atomes sont pompés optiquement sur les sous-niveaux $M_J = \pm 1$. Puis ces atomes excités subissent une **résonance magnétique** due au champ RF tournant³ $\vec{B}_1(t) \perp \vec{e_z}$ d'amplitude B_1 et de pulsation $\omega_{\text{RF}} = 25 \text{ MHz}$. Le hamiltonien d'interaction magnétique est alors

$$H_{\mathsf{Z}} = \vec{\boldsymbol{\mu}} \cdot \vec{B} = g \,\mu_{\mathrm{B}} \left(B_0 \,\boldsymbol{J}_z + \vec{B}_1(t) \cdot \vec{\boldsymbol{J}} \right)$$

Après un temps t suivant pompage en $M_J = \pm 1$, la probabilité qu'un atome se trouve dans l'état $M_J = 0$ est

$$P_{\pm 1 \rightarrow 0}(t) = \alpha \left(1 - \cos \Omega t\right) - \alpha^2 \left(3 - 4\cos \Omega t + 2\cos 2\Omega t\right) / 4 \quad \text{où} \quad \alpha = \omega_1^2 / \omega_{\text{R}}^2$$

où $\omega_{0,1} = g \,\mu_{\rm B} B_{0,1}/\hbar$ sont les vitesses de précession et $\omega_{\rm R} = \sqrt{\omega_1^2 + \Omega^2}$ est la *pulsation de Rabi* avec $\Omega = \omega_0 - \omega_{\rm RF}$. Ce sont les **oscillations de Rabi** pour un système à trois niveaux, que l'on observe que si le *detuning* Ω n'est pas trop grand par rapport à ω_1 .

On ne va pas observer ces oscillations directement, mais plutôt se placer en **régime permanent** où les sous-niveaux $M_J = \pm 1$ sont constamment pompés avec un taux n constant. La population dans le sous-niveau $M_J = 0$ est, en prenant en compte le taux de désexcitation Γ ,

$$N_0 = \int_0^\infty n \,\mathrm{e}^{-\Gamma t} \left(P_{+1\to 0}(t) + P_{-1\to 0}(t) \right) \mathrm{d}t$$

On note que ce raisonnement est valide car la résonance magnétique est beaucoup plus lente que les durées caractéristiques de transition. Le flux de photons π ($\Delta M_J = 0$), provenant de la désexcitation ${}^{3}P_1$, $M_J = 0 \longrightarrow {}^{1}S_0$, est alors $\propto \Gamma N_0$. Derrière le polariseur π , le signal mesuré par le photomultiplicateur I_{π} est donc aussi $\propto \Gamma N_0$. Après calcul de l'intégrale, on obtient la forme théorique exacte des *raies de résonance*

^{3.} En réalité, on utilise ici un champ oscillant dans un axe $\pm \vec{e_z}$, et non tournant. C'est équivalent à avoir deux champs tournant dans des directions opposées, c'est à dire à des pulsations $\pm \omega_{\text{RF}}$. La contribution $-\omega$ ayant un detuning $\Omega_- = \omega_0 + \omega_{\text{RF}}$ bien plus grand que celui de l'autre contribution ($\Omega_+ = \omega_0 - \omega_{\text{RF}}$), elle est négligeable.

$$I_{\pi}(\Omega) = K \frac{\omega_1^2 \left(\Gamma^2 + \omega_1^2 + 4 \,\Omega^2\right)}{\left(\Gamma^2 + \omega_1^2 + \Omega^2\right) \left(\Gamma^2 + 4 \,\omega_1^2 + 4 \,\Omega^2\right)} \tag{3}$$

où K ne dépend que du montage (et pas des champs B_0 et B_1) et reste constante le long de l'expérience. Cette raie, le **pic de Brossel**, représentée sur la figure 3, est approximativement une lorentzienne à faible champ RF ($8 \omega_1^2 < \Gamma^2$). Elle présente un maximum pour un $\Omega = 0 \Leftrightarrow \omega_0 = \omega_{\text{RF}} \Leftrightarrow g \mu_{\text{B}} B_0 = \hbar \omega_{\text{RF}}$, ce qui correspond ici à $B_0 = 1.19 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ pour g = 3/2, et est de largeur à mi-hauteur⁴

$$\Delta\Omega \simeq 2\sqrt{\Gamma^2 + 5.8\,\omega_1^2} \quad \text{lorsque } \omega_1^2 \ll \Gamma^2 \tag{4}$$

Au contraire, à plus fort champ RF ($8\omega_1^2 > \Gamma^2$), elle présente une dépression en $\Omega = 0$: c'est le renversement de Majorana, dû à un processus à 3 photons, et n'existant pas pour les systèmes à deux niveaux.



Figure 3. Forme théoriques des raies de résonance $I_{\pi}(\Omega)$ en fonction du detuning, pour cinq valeurs de $\beta = \omega_1^2/\Gamma^2$.

2.2. Détermination du champ magnétique B_0 et premiers réglages

On détermine le champ B_0 grâce à la formule $B_0 = (\frac{4}{5})^{\frac{3}{2}} \mu_0 NI/r$ pour les bobines de Helmholtz de rayon $r = 40 \pm 2 \text{ cm}$, avec N = 154 spires, parcourues par un courant $I = U_X/(0.5 \Omega \pm 1\%)$ où U_X est le signal mesuré au bornes de la résistance de shunt (voir schéma en fig. 2).

3. Mesure de l'effet Brossel

Le signal I_{π} étant faible, il est nécessaire d'optmiser la mesure pour obtenir un bon rapport signal sur bruit (noté SNR). Après avoir réglé l'optique pour avoir un signal fort, on optimise le SNR en fonction de la tension du photomultiplicateur $V_{\rm PM}$ et du nombre $N_{\rm s}$ d'acquisitions pour chaque point. On représente sur la figure 4 quelques points du SNR. Comme attendu, le rapport signal sur bruit diminue avec $N_{\rm s}$ (moyennage sur un plus grand nombre de points d'acquisition), et atteint un optimium pour une certaine tension du photomultiplicateur. En effet, en dessous de cette tension, le photomultiplicateur n'amplifie pas assez le signal lumineux, et au dessus de cette tension, le photomultiplicateur commence à amplifier du bruit. Puisque le champ B_0 varie pendant la mesure, on ne peut pas prendre $N_{\rm s}$ aussi grand que l'on veut à une vitesse de balayage donnée si l'on ne veut pas élargir les pics de résonance. On choisit alors pour la suite $V_{\rm PM} = 730$ V et $N_{\rm s} = 5000$.

^{4.} C'est un développement limité de la formule générale de la demi-hauteur (définie par $I(\Delta\Omega/2)/2 = I(0)$, et valable aussi pour $8 \omega_1^2 > \Gamma^2$) : $2 \Delta\Omega^2 = 3 (\Gamma^2 + 8 \omega_1^2) + \sqrt{25 \Gamma^2 + 224 \Gamma^2 \omega_1^2 + 640 \omega_1^4}$.



Figure 4. Mesures du SNR en fonction de V_{PM} et de N_s . À gauche, une courbe à $V_{PM} = -650 \text{ V}$ fixé. À droite, une courbe à $N_s = 4000$ fixé. En bas, tous les points mesurés en fonction de V_{PM} et de N_s .

La reproductibilité de l'acquisition d'un pic Brossel (un seul balayage) est très mauvaise. C'est notemment dû à l'instabilité de la lampe, en plus de possibles perturbations environnementales. Pour chaque puissance RF, on effectue donc de nombreux balayages que l'on moyenne (voir figure 5).



Figure 5. Défaut de reproductibilité et moyennage sur de nombreux balayges. L'incertitude (bleu) est calculée à partir à partir de l'écart-type à chaque valeur de I, divisé par la racine du nombre de balayages. Ici, $P_{e} = 130W$.

Dans la suite, on ne montre que les courbes moyennées. Toutefois, les régressions sont effectuées sur les points bruts pour obtenir une incertitude correcte sur les coefficients. On vérifie qu'effectuer la régression sur les points bruts ou la courbe moyennée ne change que très peu les coefficients, en dehors des incertitudes.

La figure 6 représente quelques mesures effectuées, pour différentes puissances RF $P_{\rm e} \propto B_1^2 \propto \omega_1^2$. À noter que l'on ne peut pas représenter les 10 mesures effectuées sur une même figure car les conditions ont changé durant le TP.



Figure 6. Résonances de Brossel pour différentes puissances du champ B_1 . Sont représentées les courbes moyennées ainsi que les régressions (courbe lorentzienne ou générale). Les incertitudes sur les régressions affichées ici sont partielles (ne portent pas sur tous les coefficients).

4. Détermination des caractéristiques du niveau ${}^{3}P_{1}$

4.1. Mesure du facteur de Landé

À partir de chaque pic de Brossel obtenu, on détermine le champ $B_{0,r}$ correspondant à la résonance $(\Omega = 0)$. conformément à la théorie, à ω fixé, la résonance se produit à la même valeur de $B_{0,r}$ quelque soit l'amplitude du champ B_1 , c'est à dire quelques soit P_e (figure 7). On obtient ainsi



$$B_{0,r} = 11.49 \pm 0.06 \, \text{Gauss}$$

Figure 7. Champ à la résonance en fonction de la puissance. Comme prévu, la valeur de résonance ne dépend pas de la puissance.

Puisque l'on a $g \mu_B B_{0,r} = \hbar \omega_{RF}$ et que l'on connait $\omega_{RF}/2\pi = 25 \text{ MHz}$, on en déduit le facteur de Landé à partir des constantes fondamentales e et m_e :

$$g = \frac{\hbar \,\omega_{\rm RF}}{\mu_{\rm B} \,B_{0,\rm r}} = 1.55 \pm 0.01$$

qui ne colle pas bien à la valeur $g = 1.4838 \pm 0.0004$ déterminé par Brossel en 1951. Source RF peut être?

4.2. Mesure de la durée de vie du niveau ${}^{3}P_{1}$

L'équation (4) relie la largeur à demi-hauteur et la puissance du champ RF $P_{e} \propto B_{1}^{2} \propto \omega_{1}^{2}$ dans la limite des puissances faibles (pics lorentziens), que l'on peut ré-écrire sous une forme adaptée à une régression linéaire :

$$4\Gamma^2 + 5.8 \cdot \beta P_{\rm e} \simeq \Delta \Omega^2 = \left(\Delta(\omega_0 - \omega_{\rm RF})\right)^2 = \Delta \omega_0^2 = \left(\frac{g\,\mu_{\rm B}}{\hbar}\,\Delta B_0\right)^2$$

si on écrit $4 \omega_1^2 = \beta P_e$, où le coefficient β ne nous intéresse pas, et avec ΔB_0 la largeur à demi-hauteur en champ B_0 . On préfère faire un fit avec la formule exacte (figure 8)

$$2\,\Delta\Omega^2 = 3\,(\Gamma^2 + 2\,\beta\,P_{\rm e}) + \sqrt{25\,\Gamma^2 + 61\,\Gamma^2\,\beta\,P_{\rm e} + 160\,(\beta\,P_{\rm e})^2}$$

Puisqu'elle fait intervenir Γ^2 , on peut directement en déduire la durée de vie $\tau = \Gamma^{-1}$ du niveau :

$$\Gamma = 4.5 \pm 1 \text{ MHz}$$
 d'où $\tau = 220^{+60}_{-40} \text{ ns}$

La valeur admise de la durée de vie du niveau ${}^{3}P_{1}$ est $\tau = 120 \,\mathrm{ns}$.

L'élargissement Doppler en fréquence du pic de résonance Brossel ($\nu_0 = 25 \text{ MHz}$) vaut

$$\Delta_{\mathsf{D}}\nu = \frac{2\,\nu_0}{c}\,\sqrt{\frac{R\,T\,2\ln2}{M_{\mathrm{Hg}}}} = 21\,\mathrm{Hz} \quad \ll \quad \Delta\Omega_{\mathsf{typ}} \approx 10\,\mathrm{MHz}$$

L'élargissement Doppler est donc négligeable pour nos mesures de $\Delta\Omega$. Il en serait autrement pour des mesures de résonance magnétique nucléaire.



Figure 8. Relation entre la largeur à demi-hauteur et puissance RF. Sans prendre en compte le point $P_{\rm e} = 130 \,\mathrm{W}$ (car $\Gamma^2 \ll \beta P_{\rm e}$ ne serait pas respecté), un fit linéaire (à droite) donne $\Gamma = 3.4 \pm 2 \,\mathrm{MHz}$ alors qu'un fit général donne $\Gamma = 3.6 \pm 2 \,\mathrm{MHz}$. Avec prise en compte de ce dernier point (à gauche), le fit général donne $\Gamma = 4.5 \pm 1 \,\mathrm{MHz}$.